令和6年度入学試験問題

数学

(前期日程)

	学部等	ページ	解答用紙枚数
1	工学部 **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】**	1〜6	5
2	医学部 **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】**	7〜12	5
3	教育学部(小主免理系・中主免理系) **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B】** または **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B】**	13〜18	4
4	教育学部(小主免理系・中主免理系を除く) 農学部 **【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B】**	19〜22	3

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 上記の1から4のうち，志願したものを選び解答すること。1から4のそれぞれの初めのページに注意事項が記載されているので，試験開始後，よく読んで解答を始めること。
3. すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入すること。受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがある。
4. 指定されたもの以外を解答しても，また解答用紙の指定された解答欄以外の場所に解答しても採点の対象とはされないので，十分注意すること。
5. 試験中に問題冊子および解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁および汚損等がある場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

工　学　部

（数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学Ａ・数学Ｂ）

注　意　事　項

1. 問題は，１，２，３，４および５の５問ある。これら５問をすべて解答すること。
2. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

1 次の空欄 $\boxed{\text{あ}}$ ～ $\boxed{\text{お}}$ を適切な数または数式で埋めよ。ただし，$\log x$ は x の自然対数を表す。

(1) 関数 $f(x) = x\sin(1-x)$ の導関数は，$f'(x) = \boxed{\text{あ}}$ である。

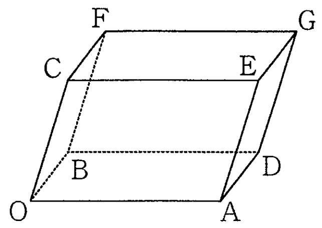
(2) 関数 $f(x) = e^{\frac{x}{1+x}}$ の導関数は，$f'(x) = \boxed{\text{い}}$ である。

(3) 関数 $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ の不定積分は，$\displaystyle\int f(x)\,dx = \boxed{\text{う}} + C$ である。ただし，C は積分定数とする。

(4) 関数 $f(x) = x^2\log x$ の不定積分は，$\displaystyle\int f(x)\,dx = \boxed{\text{え}} + C$ である。ただし，C は積分定数とする。

(5) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^2\frac{x}{4}\,dx$ の値は，$\boxed{\text{お}}$ である。

2 右図のように，3組の向かい合った面がそれぞれ平行である六面体を平行六面体という。



座標空間の4点O(0, 0, 0)，A(4, −2, 6)，B(2, −6, 4)，C(7, −1, −5)に対して，四角形OADB, OAEC, OBFC, CEGFがすべて平行四辺形となるように，4点D, E, F, Gをとる。立体OADB-CEGFは平行六面体となる。このとき，次の各問に答えよ。

(1) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OE}$, $\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{OG}$ をそれぞれ成分表示せよ。

(3) 平行六面体OADB-CEGFの体積を求めよ。

3 AとBの2人が，赤玉3個，白玉9個の合計12個の玉が入った袋から，次のようにして，最大6回玉を取り出すゲームを行う。

- 1回目はAが1個，2回目はBが1個，3回目はAが2個，4回目はBが2個，5回目はAが3個，6回目はBが3個，袋から玉を取り出す。ただし，複数個の玉を取り出すときは，同時に取り出すとする。

- AとBのどちらかが赤玉を取り出したならば，その時点でゲームを終了する。

このとき，次の各問に答えよ。

(1) 毎回，取り出した玉を袋に戻すとする。このとき，3回目でAが赤玉を取り出してゲームが終了する確率を求めよ。

(2) 毎回，取り出した玉を袋に戻さないとする。このとき，Aが赤玉を取り出してゲームが終了する確率を求めよ。

4　座標平面上に2点A(4, 1)，B(8, 4)と，円$x^2+y^2=1$上を動く点Pがある。△ABPの重心をGとするとき，次の各問に答えよ。

(1)　点Gの軌跡を求めよ。

(2)　△ABGの面積の最小値を求めよ。

5　関数 $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$ および座標平面上の曲線 $C : y=f(x)$ について，次の各問に答えよ。

(1)　$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ および第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ。

(2)　$\lim_{x\to\infty} f(x)$，$\lim_{x\to-\infty} f(x)$ を求めよ。

(3)　$f(x)\leqq 0$ となる x の値の範囲を $a\leqq x\leqq b$ とするとき，a と b の値を求めよ。

さらに，定積分 $I=\displaystyle\int_a^b \frac{1}{x^2+1}\,dx$ の値を，$x=\tan\theta$ とおくことにより求めよ。

(4)　関数 $f(x)$ の増減，極値，曲線 C の凹凸，変曲点および漸近線を調べて，曲線 C の概形をかけ。

(5)　曲線 C と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

医　学　部

（数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B）

注　意　事　項

1. 問題は，１，２，３，４ および５の５問ある。これら５問をすべて解答すること。
2. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

1　a，b，c を整数とし，

$$P = a + b + c$$
$$Q = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$
$$R = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

とおく。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　P が 3 の倍数ならば，Q は 3 の倍数となることを示せ。

(2)　Q が 3 の倍数ならば，P は 3 の倍数となることを示せ。

(3)　R が 3 の倍数ならば，R は 9 の倍数でもあることを示せ。

2 $0 \leqq \theta < \pi$ とする。$t = \cos\theta$ とするとき，次の各問に答えよ。

(1) $\cos 4\theta$ を t の式で表せ。

(2) $\cos 4\theta = \cos\theta$ を満たすような t の値をすべて求めよ。

(3) $\sin^2 \dfrac{2}{5}\pi + \sin^2 \dfrac{4}{5}\pi$ の値を求めよ。

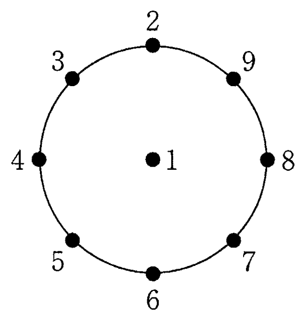
3 1辺の長さが1の正四面体OABCにおいて，△ABCの重心をG，線分BCを1：3に内分する点をDとする。また，直線AB上にあり，$\overrightarrow{\mathrm{GD}} \perp \overrightarrow{\mathrm{GE}}$ を満たす点をEとする。このとき，$\vec{b} = \overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\vec{c} = \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ として，次の各問に答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AG}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{GD}}$，$\overrightarrow{\mathrm{GE}}$ のそれぞれを，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。また，$|\overrightarrow{\mathrm{GD}}|$，$|\overrightarrow{\mathrm{GE}}|$ の値をそれぞれ求めよ。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OG}} \cdot \vec{b}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OG}} \cdot \vec{c}$ の値をそれぞれ求めよ。

(4) Pを平面ABC上の点とする。また，点Pは，直線GDで平面ABCを2つに分けたときに，点Eと同じ側にあるとする。△DGPの面積が1のとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{GE}}$ の値を求めよ。



4　平面上に固定された円があり，円周上に点が8つ，円周を8等分するようにとられている。さらに，右図のように，番号1は円の中心を表し，番号2～9はそれぞれ，円周上の点を表すとする。1から9までの番号が1つずつ書かれた9枚のカードがあり，A，B，Cの3人が，司会者のもとで次のゲームを行う。

司会者は，9枚のカードから無作為に3枚をとってAに渡し，続いて，残り6枚のカードから無作為に3枚をとってBに渡し，続いて，残った3枚のカードをCに渡す。Aは，受け取ったカードに書かれた番号が表す3点のうちのどの2点も線分で結ぶ。BもCも，Aと同じことを行う。このようにして，3人それぞれが図形を作る。

このとき，次の各問に答えよ。

(1)　Aの作る図形が三角形でない確率を求めよ。

(2)　3人の作る図形がいずれも三角形である確率を求めよ。

(3)　このゲームを4回行ったとき，次の6つの条件①～⑥がすべて満たされるとする。ただし，$\boxed{1}$～$\boxed{9}$はそれぞれ，1～9の番号が書かれたカードを表す。

①　ある回で誰かに線分で結ばれたことのある2点は，他のどの回においても誰にも結ばれない
②　Aの作る図形は4回とも三角形ではない
③　1回目に，Bは$\boxed{3}$を受け取る
④　2回目に，Bは$\boxed{2}$と$\boxed{4}$を，Cは$\boxed{5}$と$\boxed{6}$を受け取る
⑤　3回目に，Bは$\boxed{2}$と$\boxed{3}$を，Cは$\boxed{6}$と$\boxed{7}$を受け取る
⑥　4回目に，Cは$\boxed{2}$と$\boxed{8}$を受け取る

このとき，A，B，Cのそれぞれが各回でどの番号のカードを受け取ったか答えよ。ただし，例えば，ある回でAが$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，Bが$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，Cが$\boxed{7}$，$\boxed{8}$，$\boxed{9}$を受け取ったときは，

A			B			C		
1	2	3	4	5	6	7	8	9

のように解答欄に記すとし，解答欄において番号の書かれていない部分のみを埋めよ。なお，受け取ったカードの組み合わせが正しければ，その番号の並び順は問わない。

5　関数 $f(x)=\dfrac{1}{2}\log\dfrac{1+x}{1-x}$ $(-1<x<1)$ および座標平面上の曲線 $C: y=f(x)$ について，次の各問に答えよ。ただし，$\log x$ は x の自然対数を表す。

(1)　$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ および第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ。

(2)　$\displaystyle\lim_{x\to-1+0} f(x)$ および $\displaystyle\lim_{x\to1-0} f(x)$ を求めよ。

(3)　関数 $f(x)$ の増減，極値，曲線 C の凹凸，変曲点および漸近線を調べて，曲線 C の概形をかけ。

(4)　関係式 $y=f(x)$ について，x を y の式で表せ。また，$\dfrac{d}{dy}\left(\dfrac{1}{e^{y}+e^{-y}}\right)$ を求めよ。

(5)　曲線 C と x 軸，直線 $x=1$ および直線 $y=\alpha$ $(\alpha>0)$ で囲まれた部分を y 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を $V(\alpha)$ とする。このとき，$V(\alpha)$ および $\displaystyle\lim_{\alpha\to\infty} V(\alpha)$ を求めよ。

教育学部

(小主免理系・中主免理系)

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B)

または

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

問題番号	
1	必答問題
2	必答問題
3	必答問題
4	選択問題…[A], [B]のいずれかひとつを選択

注　意　事　項

1. 問題は，必答問題 1， 2， 3 および選択問題4の計4問ある。これら4問をすべて解答すること。
2. 問題4は，［A］，［B］のいずれかひとつを選択して解答すること。ただし，［A］は数学Ⅲの内容を含んでいる。選択する際，4の解答用紙に記載されている注意事項もよく読むこと。
3. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

1　$0 \leqq \theta < \pi$ とする。$t = \cos\theta$ とするとき，次の各問に答えよ。

(1)　$\cos 4\theta$ を t の式で表せ。

(2)　$\cos 4\theta = \cos\theta$ を満たすような t の値をすべて求めよ。

(3)　$\sin^2 \dfrac{2}{5}\pi + \sin^2 \dfrac{4}{5}\pi$ の値を求めよ。

2　ＡとＢの２人が，赤玉３個，白玉９個の合計12個の玉が入った袋から，次のようにして，最大６回玉を取り出すゲームを行う。

- １回目はＡが１個，２回目はＢが１個，３回目はＡが２個，４回目はＢが２個，５回目はＡが３個，６回目はＢが３個，袋から玉を取り出す。ただし，複数個の玉を取り出すときは，同時に取り出すとする。

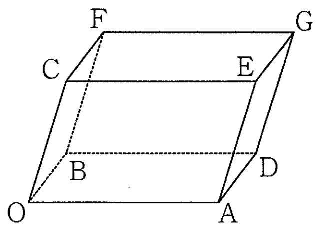
- ＡとＢのどちらかが赤玉を取り出したならば，その時点でゲームを終了する。

このとき，次の各問に答えよ。

(1)　毎回，取り出した玉を袋に戻すとする。このとき，３回目でＡが赤玉を取り出してゲームが終了する確率を求めよ。

(2)　毎回，取り出した玉を袋に戻さないとする。このとき，Ａが赤玉を取り出してゲームが終了する確率を求めよ。

3 右図のように，3組の向かい合った面がそれぞれ平行である六面体を平行六面体という。



座標空間の4点O$(0,0,0)$，A$(4,-2,6)$，B$(2,-6,4)$，C$(7,-1,-5)$に対して，四角形OADB，OAEC，OBFC，CEGFがすべて平行四辺形となるように，4点D，E，F，Gをとる。立体OADB-CEGFは平行六面体となる。このとき，次の各問に答えよ。

(1) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}$，$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}$の値をそれぞれ求めよ。

(2) $\overrightarrow{OD}$，$\overrightarrow{OE}$，$\overrightarrow{OF}$，$\overrightarrow{OG}$をそれぞれ成分表示せよ。

(3) 平行六面体OADB-CEGFの体積を求めよ。

4 は，［A］，［B］のいずれか１つを選択し，解答せよ。

4 17ページの［A］，18ページの［B］のいずれか１つを選択し，解答せよ。

［A］ 次の空欄 $\boxed{\text{あ}}$ ～ $\boxed{\text{お}}$ に入る適切な数または数式を求めよ。ただし，$\log x$ は x の自然対数を表す。なお，**<u>解答欄には計算過程も記述すること。</u>**

(1) 関数 $f(x) = x\sin(1-x)$ の導関数は，$f'(x) = \boxed{\text{あ}}$ である。

(2) 関数 $f(x) = e^{\frac{x}{1+x}}$ の導関数は，$f'(x) = \boxed{\text{い}}$ である。

(3) 関数 $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ の不定積分は，$\int f(x)\,dx = \boxed{\text{う}} + C$ である。

ただし，C は積分定数とする。

(4) 関数 $f(x) = x^2 \log x$ の不定積分は，$\int f(x)\,dx = \boxed{\text{え}} + C$ である。

ただし，C は積分定数とする。

(5) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 \frac{x}{4}\,dx$ の値は，$\boxed{\text{お}}$ である。

4 は，［A］，［B］のいずれか１つを選択し，解答せよ。

［B］ $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ を

$$(2+\sqrt{3})^n = a_n + \sqrt{3}\,b_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

を満たす自然数の数列とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1) すべての自然数 n に対して，$(2-\sqrt{3})^n = a_n - \sqrt{3}\,b_n$ が成り立つことを示せ。

(2) 数列 $\{c_n\}$ を $c_n = \dfrac{a_n}{b_n} - \sqrt{3}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$ により定める。このとき，すべての自然数 n に対して，$c_n > c_{n+1}$ が成り立つことを示せ。

教育学部
（小主免理系・中主免理系を除く）

農　学　部

（数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B）

注　意　事　項

1. 問題は，1，2 および3の3問ある。これら3問をすべて解答すること。
2. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

1 次の各問に答えよ。

(1) a, b, c を整数とする。$a+b+c$ が 3 の倍数ならば，$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ は 3 の倍数となることを示せ。

(2) x についての方程式 $(\log_2 x)(\log_{32} x)+\log_4 x+\dfrac{3}{10}=0$ を解け。

(3) 座標平面上に 2 点 A(4, 1)，B(8, 4) と，円 $x^2+y^2=1$ 上を動く点 P がある。このとき，△ABP の重心 G の軌跡を求めよ。

2 ＡとＢの２人が，赤玉３個，白玉９個の合計12個の玉が入った袋から，次のようにして，最大６回玉を取り出すゲームを行う。

- １回目はＡが１個，２回目はＢが１個，３回目はＡが２個，４回目はＢが２個，５回目はＡが３個，６回目はＢが３個，袋から玉を取り出す。ただし，複数個の玉を取り出すときは，同時に取り出すとする。

- ＡとＢのどちらかが赤玉を取り出したならば，その時点でゲームを終了する。

このとき，次の各問に答えよ。

(1) 毎回，取り出した玉を袋に戻すとする。このとき，３回目でＡが赤玉を取り出してゲームが終了する確率を求めよ。

(2) 毎回，取り出した玉を袋に戻さないとする。このとき，Ａが赤玉を取り出してゲームが終了する確率を求めよ。

3 座標平面上に放物線 $C_1: y=\dfrac{1}{2}x^2$ がある。また，C_1 上の点 $\mathrm{A}\left(\sqrt{3},\ \dfrac{3}{2}\right)$ における C_1 の接線を l とする。さらに，点Aにおいて l と接し，点 $\mathrm{B}(\sqrt{3},\ 0)$ を通る円を C_2 とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1) 直線 l の方程式を求めよ。

(2) 円 C_2 の中心Dの座標を求めよ。

(3) 曲線 C_1，C_2 および x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。