令和7年度入学試験問題

数　　学

（前期日程）

	学部等	ページ	解答用紙枚数
1	工　学　部 【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C】	1～ 6	5
2	医　学　部 【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C】	7～12	5
3	教育学部（小主免理系・中主免理系） 【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B・数学C】 または 【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C】	13～19	4
4	教育学部（小主免理系・中主免理系を除く） 農　学　部 【試験科目　数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B・数学C】	20～24	3

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。
2. 上記の1から4のうち，志願したものを選び解答すること。1から4のそれぞれの初めのページに注意事項が記載されているので，試験開始後，よく読んで解答を始めること。
3. すべての解答用紙の受験番号欄に受験番号を記入すること。受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがある。
4. 指定されたもの以外を解答しても，また解答用紙の指定された解答欄以外の場所に解答しても採点の対象とはされないので，十分注意すること。
5. 試験中に問題冊子および解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁および汚損等がある場合は，手をあげて監督者に知らせること。
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

工　学　部

【数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学Ａ・数学Ｂ・数学Ｃ】

注　意　事　項

1. 問題は，１，２，３，４および５の５問ある。これら５問をすべて解答すること。
2. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

1 次の空欄 $\boxed{\quad あ \quad}$ ～ $\boxed{\quad か \quad}$ を適切な数または数式で埋めよ。ただし，$\log x$ は x の自然対数を表す。

(1) 極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left\{\frac{1}{x}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{x+3}\right)\right\}$ の値は，$\boxed{\quad あ \quad}$ である。

(2) 関数 $f(x)=\dfrac{e^x}{x}$ の導関数は，$f'(x)=\boxed{\quad い \quad}$ である。

(3) 関数 $f(x)=\log(1+\sin x)$ の導関数は，$f'(x)=\boxed{\quad う \quad}$ である。

(4) 不定積分 $I=\displaystyle\int x\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}\,dx$ を求める。三角関数の 2 倍角の公式

$$\sin 2\theta = \boxed{\quad え \quad}\ \sin\theta\cos\theta$$

を用いて計算すると，$I=\boxed{\quad お \quad}+C$ となる。ただし，C は積分定数とする。

(5) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 2x^3\sqrt{x^2+1}\,dx$ の値は，$\boxed{\quad か \quad}$ である。

2　関数 $f(x)=\dfrac{x}{(1+x)^2}$ $(x>-1)$ および座標平面上の曲線 $C: y=f(x)$ について，次の各問に答えよ。

(1)　$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ および第 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ。

(2)　極限 $\displaystyle\lim_{x\to -1+0} f(x)$ および $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)$ を求めよ。

(3)　関数 $f(x)$ の増減，極値，曲線 C の凹凸，変曲点および漸近線を調べて，曲線 C の概形をかけ。

(4)　曲線 C と x 軸および直線 $x=1$ で囲まれた部分の面積 S の値を求めよ。

3　平面上の点 O を中心とする半径 1 の円の周を T とする。T 上の 3 点 A, B, C を，

$$4\overrightarrow{\mathrm{AB}} + 5\overrightarrow{\mathrm{AC}} = 12\overrightarrow{\mathrm{AO}}$$

を満たすようにとる。また，直線 OC と直線 AB の交点を P とし，直線 OC と T の交点で C と異なるものを Q とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の値を求めよ。

(3)　点 R が円周 T 上を動くとき，△PQR の面積 S の最大値を求めよ。また，S が最大となるときの $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。

4 実数 x, y, z についての連立方程式

$$(*)\begin{cases} y + z = (x + z)\,e^{-x} \\ x + z = (y + z)\,e^{-y} \end{cases}$$

を考える。次の各問に答えよ。

(1) $x = y$ かつ $z = 1$ のとき，(*) を満たす x をすべて求めよ。

(2) $e^{x} + e^{-x} = 4$ を満たす x をすべて求めよ。

(3) $x \neq y$ のとき，(*) および $e^{x} + e^{-x} = 4$ を満たす x, y, z の組をすべて求めよ。

5　1から m までの自然数が1つずつ書かれた m 枚のカードがある。

例：$m = 5$ の場合　$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$

m 枚のカードの中から無作為に1枚取り出し，書かれた数を確認した後に元に戻すという操作を n 回繰り返す。k 回目（$k = 1, 2, \cdots, n$）に取り出したカードに書かれている数を N_k（$1 \leqq N_k \leqq m$）とする。ただし，どのカードの取り出され方も，同様に確からしいとする。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　$m = 2$，$n = 2$ のとき，$N_1 < N_2$ となる確率を求めよ。

(2)　$m = 3$，$n = 3$ のとき，$N_1 \times N_2 < N_3$ となる確率を求めよ。

(3)　$m = 5$，$n = 4$ のとき，$N_1 \times N_2 < N_3 \times N_4$ となる確率を求めよ。

医　学　部

【数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C】

注　意　事　項

1. 問題は，1，2，3，4 および5の5問ある。これら5問をすべて解答すること。
2. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

1 平面上の点 O を中心とする半径 1 の円の周を T とする。T 上の 3 点 A, B, C を，

$$4\overrightarrow{\mathrm{AB}} + 5\overrightarrow{\mathrm{AC}} = 12\overrightarrow{\mathrm{AO}}$$

を満たすようにとる。また，直線 OC と直線 AB の交点を P とし，直線 OC と T の交点で C と異なるものを Q とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の値を求めよ。

(3) 点 R が円周 T 上を動くとき，$\triangle$PQR の面積 S の最大値を求めよ。また，S が最大となるときの $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。

2 実数 x, y, z についての連立方程式

$$(*)\begin{cases} y+z=(x+z)\,e^{-x} \\ x+z=(y+z)\,e^{-y} \end{cases}$$

を考える。次の各問に答えよ。

(1) $x=y$ かつ $z=1$ のとき，(*) を満たす x をすべて求めよ。

(2) $e^{x}+e^{-x}=4$ を満たす x をすべて求めよ。

(3) $x \neq y$ のとき，(*) および $e^{x}+e^{-x}=4$ を満たす x, y, z の組をすべて求めよ。

3 1から m までの自然数が1つずつ書かれた m 枚のカードがある。

例：$m=5$ の場合 $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$

m 枚のカードの中から無作為に1枚取り出し，書かれた数を確認した後に元に戻すという操作を n 回繰り返す。k 回目（$k=1,2,\cdot\cdot\cdot,n$）に取り出したカードに書かれている数を N_k（$1 \leqq N_k \leqq m$）とする。ただし，どのカードの取り出され方も，同様に確からしいとする。このとき，次の各問に答えよ。

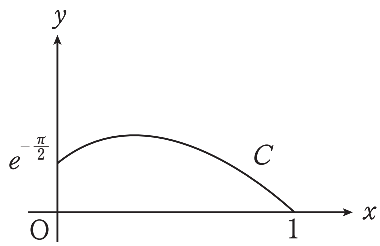
(1) $m=2$，$n=2$ のとき，$N_1 < N_2$ となる確率を求めよ。

(2) $m=3$，$n=3$ のとき，$N_1 \times N_2 < N_3$ となる確率を求めよ。

(3) $m=5$，$n=4$ のとき，$N_1 \times N_2 < N_3 \times N_4$ となる確率を求めよ。

4　θ を媒介変数として，媒介変数表示

$$\begin{cases} x = e^{-\theta}\cos\theta \\ y = e^{-\theta}\sin\theta \end{cases} \quad \left(0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$



の表す曲線を C とする。C の概形は右図のようになる。曲線 C 上に点 A を，A における C の接線が x 軸と平行となるようにとる。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　点 A の座標を求めよ。

(2)　$I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-t}\sin t\,dt$，$J = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-t}\cos t\,dt$ とするとき，

$$J - I = e^{-\frac{\pi}{2}}$$

が成り立つことを示せ。

(3)　曲線 C と x 軸および直線 OA で囲まれる部分の面積 S の値を求めよ。

5 次の各問に答えよ。

(1) すべての自然数 n に対して，

$$ {}_{n+1}\mathrm{C}_k = {}_n\mathrm{C}_k + {}_n\mathrm{C}_{k-1} \qquad (k = 1,\ 2,\cdots,\ n) $$

が成り立つことを示せ。

(2) すべての自然数 n に対して，

$$ \sum_{k=0}^{n+1} (-1)^k {}_{n+1}\mathrm{C}_k = 0 $$

が成り立つことを示せ。

(3) すべての自然数 n に対して，

$$ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k+1}}{k}\, {}_n\mathrm{C}_k $$

が成り立つことを示せ。

教育学部

（小主免理系・中主免理系）

【数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B・数学C】

または

【数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C】

問題番号	
1	必答問題
2	必答問題
3	必答問題
4	選択問題 … ［A］，［B］，［C］のいずれかひとつを選択

注　意　事　項

1. 問題は，必答問題 1， 2， 3 および選択問題 4 の計 4 問ある。これら 4 問をすべて解答すること。
2. 問題 4 は，［A］，［B］，［C］のいずれかひとつを選択して解答すること。ただし，［A］は数学Ⅲの内容を含んでいる。選択する際，問題 4 の解答用紙に記載されている注意事項もよく読むこと。
3. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

1 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ は，$a_1 = 1$, $b_1 = 2$, $c_1 = p$ および

$$\begin{cases} a_{n+1} = c_n \\ b_{n+1} = -b_n - 2c_n \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots) \\ c_{n+1} = a_n + b_n + c_n \end{cases}$$

を満たしているとする。ただし，p は 0 でない実数とする。また，$f_n(x)$ を

$$f_n(x) = a_n x^2 + b_n x + c_n \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

で定める。このとき，次の各問に答えよ。

(1) 2 次方程式 $f_2(x) = 0$ が重解をもつような p の値を求めよ。

(2) 2 次方程式 $f_{2025}(x) = 0$ が重解をもつような p の値を求めよ。

(3) p が(2)で求めた値のとき，2 次方程式 $f_{2025}(x) = 0$ の解を求めよ。

2 1枚のコインを1回だけ投げ，表が出たら1点，裏が出たら-1点を獲得するゲームを行う。このゲームを繰り返し行ったときに獲得した点数の合計を考える。ただし，コインの表と裏が出る確率は，それぞれ$\frac{1}{2}$とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1) ゲームを5回行ったとき，獲得した点数の合計が3点となる確率を求めよ。

(2) ゲームを6回行ったとき，獲得した点数の合計が2点以上となる確率を求めよ。

(3) 次のルールを設ける。

(i) 獲得した点数の合計が3点となるまでゲームを繰り返し行う。ただし，ゲームを8回行った時点で，次のゲームは行わないとする。

(ii) 獲得した点数の合計が3点となった時点で，次のゲームは行わないとする。

このとき，7回以上ゲームが行われる確率を求めよ。

3 平面上の点 O を中心とする半径 1 の円の周を T とする。T 上の 3 点 A, B, C を，

$$4\overrightarrow{\mathrm{AB}} + 5\overrightarrow{\mathrm{AC}} = 12\overrightarrow{\mathrm{AO}}$$

を満たすようにとる。また，直線 OC と直線 AB の交点を P とし，直線 OC と T の交点で C と異なるものを Q とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の値を求めよ。

(3) 点 R が円周 T 上を動くとき，△PQR の面積 S の最大値を求めよ。また，S が最大となるときの $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。

4 は，［A］，［B］，［C］のいずれか 1 つを選択し，解答せよ。

4 17 ページの［A］，18 ページの［B］，19 ページの［C］のいずれか 1 つを選択し，解答せよ。

［A］ 次の各問に答えよ。ただし，$\log x$ は x の自然対数を表す。

(1) 極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left\{\frac{1}{x}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{x+3}\right)\right\}$ の値を求めよ。

(2) 関数 $f(x)=\dfrac{e^x}{x}$ の導関数を求めよ。

(3) 関数 $f(x)=\log(1+\sin x)$ の導関数を求めよ。

(4) 不定積分 $\displaystyle\int x^2 e^{-\frac{1}{2}x}\,dx$ を求めよ。

(5) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 2x^3\sqrt{x^2+1}\,dx$ の値を求めよ。

4 は，［A］，［B］，［C］のいずれか1つを選択し，解答せよ。

［B］ 座標平面上に2つの曲線

$$C_1 : y = x^2 + m^2 \qquad (m > 0)$$
$$C_2 : y = x^2$$

がある。曲線 C_2 上の点 $\mathrm{P}(t, t^2)$ から曲線 C_1 に引いた2本の接線における2つの接点を，それぞれ $\mathrm{A}(\alpha, \alpha^2 + m^2)$, $\mathrm{B}(\beta, \beta^2 + m^2)$ $(\alpha < \beta)$ とおく。このとき，次の各問に答えよ。

(1) α，β のそれぞれを，t と m を用いて表せ。

(2) 曲線 C_1 と直線 AP および直線 $x = t$ で囲まれた部分の面積を S_1, 曲線 C_1 と直線 BP および直線 $x = t$ で囲まれた部分の面積を S_2 とする。$S_1 = S_2$ となることを示せ。

4 は，［A］，［B］，［C］のいずれか 1 つを選択し，解答せよ。

［C］ 複素数平面上の点 z に対して，点 w を $w = \dfrac{5z - \overline{z} + 6i}{2}$ により定める。ただし，$\overline{z}$ は z と共役な複素数とし，i は虚数単位とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1) $z = \dfrac{\sqrt{3} + i}{2}$ であるとき，w が表す複素数を $a + bi$（a, b は実数）の形で表せ。

(2) z を，w と $\overline{w}$ を用いて表せ。ただし，$\overline{w}$ は w と共役な複素数とする。

(3) 点 z が原点 O を中心とする半径 1 の円の周上を動くとき，点 w が複素数平面上で描く図形の概形をかけ。

教育学部

（小主免理系・中主免理系を除く）

農　学　部

【数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B・数学C】

問題番号	
1	必答問題
2	必答問題
3	選択問題 … [A]，[B] のいずれかひとつを選択

注　意　事　項

1. 問題は，必答問題 1， 2 および選択問題 3 の計 3 問ある。これら 3 問をすべて解答すること。
2. 問題 3 は，[A]，[B] のいずれかひとつを選択して解答すること。選択する際，問題 3 の解答用紙に記載されている注意事項もよく読むこと。
3. 解答は問題ごとに指定された解答用紙の解答欄に記入すること。解答欄が不足する場合は，「裏面に続く」と書き，裏面の枠内を使用すること。

1 次の各問に答えよ。

(1) 不等式 $|x+3| \geqq |x-2|$ を解け。

(2) 座標平面上において，x 軸と y 軸および直線 $3x+4y=60$ でつくられる三角形に内接する円の方程式を求めよ。

(3) 1 枚のコインを 1 回だけ投げ，表が出たら 1 点，裏が出たら -1 点を獲得するゲームを行う。このゲームを 5 回行ったとき，獲得した点数の合計が 3 点となる確率を求めよ。ただし，コインの表と裏が出る確率は，それぞれ $\dfrac{1}{2}$ とする。

(4) 関数

$$f(x)=\left(\log_{\frac{1}{3}}\frac{x}{9}\right)\left(\log_{\frac{1}{3}}\frac{9}{x}\right)+\log_{\frac{1}{3}}\frac{x^2}{81}$$

の $\dfrac{1}{3} \leqq x \leqq 9$ における最大値，最小値，およびそのときの x の値をそれぞれ求めよ。

2 座標平面上の曲線 $C : y = |x^2 + 4x + 3|$ と直線 $l : y = x + k$（k は実数）について，次の各問に答えよ。

(1) 曲線 C を図示せよ。

(2) 曲線 C と直線 l が異なる 3 つの共有点をもつような k の値は 2 つある。これら 2 つの k の値を求めよ。

(3) k を (2) で求めた値の小さい方とする。このとき，曲線 C と直線 l で囲まれた部分の面積 S の値を求めよ。

3は，［A］，［B］のいずれか1つを選択し，解答せよ。

3 23 ページの［A］，24 ページの［B］のいずれか 1 つを選択し，解答せよ。

［A］ 平面上の点 O を中心とする半径 1 の円の周を T とする。T 上の 3 点 A, B, C を，

$$4\overrightarrow{\mathrm{AB}} + 5\overrightarrow{\mathrm{AC}} = 12\overrightarrow{\mathrm{AO}}$$

を満たすようにとる。また，直線 OC と直線 AB の交点を P とし，直線 OC と T の交点で C と異なるものを Q とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の値を求めよ。

(3) 点 R が円周 T 上を動くとき，△PQR の面積 S の最大値を求めよ。また，S が最大となるときの $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表せ。

3 は，［A］，［B］のいずれか１つを選択し，解答せよ。

［B］　複素数平面上の点 z に対して，点 w を $w = \dfrac{5z - \overline{z} + 6i}{2}$ により定める。ただし，$\overline{z}$ は z と共役な複素数とし，i は虚数単位とする。このとき，次の各問に答えよ。

(1)　$z = \dfrac{\sqrt{3} + i}{2}$ であるとき，w が表す複素数を $a + bi$（a, b は実数）の形で表せ。

(2)　z を，w と $\overline{w}$ を用いて表せ。ただし，$\overline{w}$ は w と共役な複素数とする。

(3)　点 z が原点 O を中心とする半径 1 の円の周上を動くとき，点 w が複素数平面上で描く図形の概形をかけ。